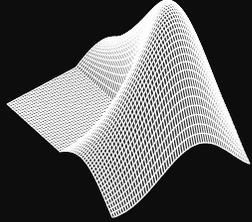


Minicurso  
**MATLAB**  
BÁSICO

**MÓDULO 4**

# Roteiro do último módulo

- Máximos e mínimos
- Cálculo diferencial e integral numérico
- Cálculo diferencial e integral simbólico



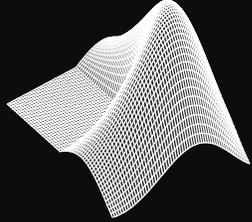
## Mínimos e Máximos de uma função

→  $x = \text{fminbnd}(\text{'função'}, x1, x2)$

Usado para encontrar o mínimo e o máximo de uma função. X1 e x2 devem ser os limites do intervalo que se deseja avaliar.

→  $[x \text{ valor}] = \text{fminbnd}(\text{'função'}, x1, x2)$

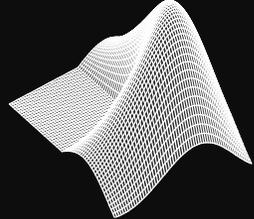
Usado para atribuir o resultado do comando em um valor



# Mínimos e Máximos de uma função

## → Exemplo

```
>> [x valor]=fminbnd('x^3 -12*x^2 +40.25*x -  
36.5',0,8)  
  
x = %valor onde a função apresenta o mínimo valor%  
  
5.6073  
  
valor = %o mínimo valor da função no intervalo  
especificado%  
  
-11.8043
```



# Mínimos e Máximos de uma função

## → Exemplo

Quando se desejar encontrar o máximo valor da função em um dado intervalo, basta multiplicar toda a função desejada por “-1” e manter a mesma estrutura de comando

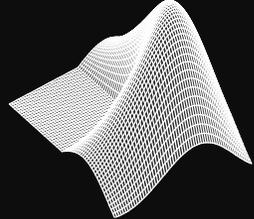
```
>> [x valor]=fminbnd+('-x^3 12*x^2 -40.25*x +36.5',0,8)

x =

2.3927

valor =

-4.8043
```



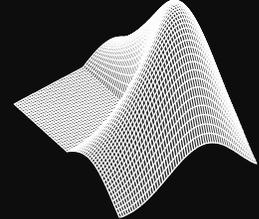
# Diferenciação

Dados dois pontos muito próximos podemos aproximar a derivada da forma a seguir

$$\frac{dy}{dx} \approx \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

→ diff

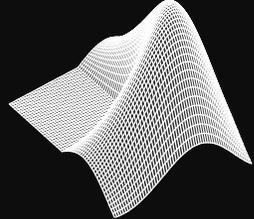
Calcula a diferença entre dois pontos adjacentes de um vetor e armazena o resultado em um novo vetor



# Diferenciação

## → Exemplo

```
>> x = [0 1 2 3 4]
x =
    0    1    2    3    4
>> diff(x)
ans =
    1    1    1    1
>> y = [2 3 5 1 9 0]
y =
    2    3    5    1    9    0
>> diff(y)
ans =
    1    2   -4    8   -9
```



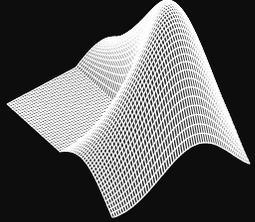
# Diferenciação

→ OBS.:

Se *diff* for utilizado com uma matriz, a função tratará cada coluna da matriz como um vetor e calculará as diferenças para as colunas.

Tendo em mãos os vetores  $diff(x)$  e  $diff(y)$ , para calcular a derivada basta realizar o seguinte cálculo

$$diff(y) ./ diff(x)$$



# Integração Num. – Quadratura de Simpson

→ `i=quad(@(x)(fun),a,b)` **ou** `('fun',a,b)`

Atente para o fato que a função deve considerar a sintaxe de operações elemento a elemento

```
>> i=quad('x.^2',0,2)

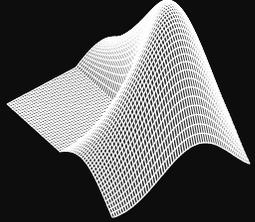
resi =

    2.6667

>> i=quad(@(x)(x.^2),0,2)

resi =

    2.6667
```



# Integração Num. – Quadratura de Simpson

→ `i=dblquad(@(x,y)(fun),a,b,ay,by)` ou `('fun',a,b,ay,by)`

```
>> i=dblquad(@(x,y)(x.^2+y),0,2,0,3)
```

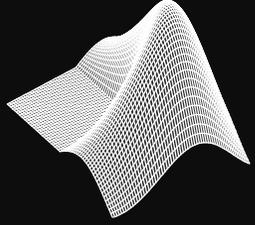
```
i =
```

```
    17
```

```
>> i=dblquad('x.^2+y',0,2,0,3)
```

```
i =
```

```
    17
```



# Integração Num. – Quadratura de Simpson

→ `i=triplequad(@(x,y,z)(fun),a,b,ay,by,az,bz)` ou `('fun',a,b,ay,by,az,bz)`

```
>> i=triplequad(@(x,y,z)(x.^2+y+z),0,2,0,3,0,1)
```

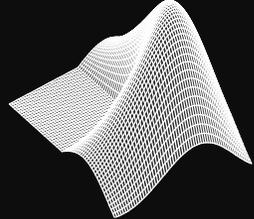
```
i =
```

```
20
```

```
>> i=triplequad('x.^2+y+z',0,2,0,3,0,1)
```

```
i =
```

```
20
```



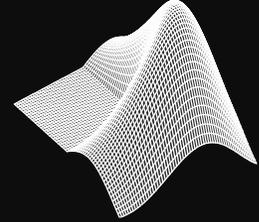
# Integração Num. – Quadratura de Simpson

→ **Atente** para a ordem de declaração das variáveis, isso também será sua ordem de integração

```
>> i=triplequad(@(y,z,x) (x.^2+y+z),0,2,0,3,0,1)
```

```
i =
```

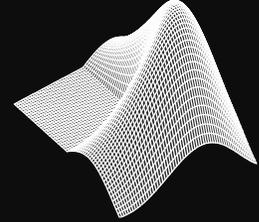
```
17
```



# Integração Num. – Integral

→ `i=integral(fun,a,b) | fun=@(x) x.^2`

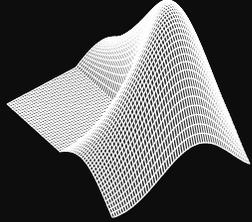
```
>> fun = @(x) x.^2;  
>> i=integral(fun,0,2)  
  
i =  
  
    2.6667
```



# Integração Num. – Integral

→  $i = \text{integral2}(\text{fun}, a, b, a_y, b_y) \mid \text{fun} = @(x, y) x.^2 + y$

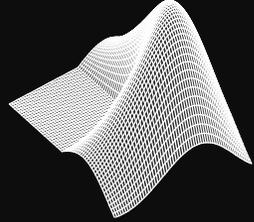
```
>> fun = @(x,y) x.^2+y;  
>> i=integral2(fun,0,2,0,3)  
  
i =  
  
    17.0000
```



# Integração Num. – Integral

→ `i=integral3(fun,a,b,ay,by,az,bz) | fun=@(x,y,z) x.^2 +y +z`

```
>> fun = @(x,y,z) x.^2+y+z;  
>> i=integral3(fun,0,2,0,3,0,1)  
  
i =  
  
    20.0000
```



# Matemática Simbólica

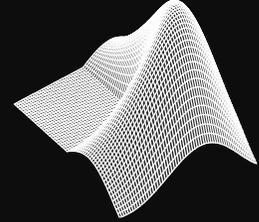
→ `syms`

Usado para declarar variáveis simbólicas.

→ `pretty(S)`

Usado para expressar uma expressão matemática como é escrita por nós humanos

→ `S` nesse caso é a expressão ou função que desejamos representar



# Matemática Simbólica

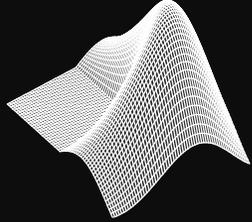
## → Exemplo

```
>> syms x y z
>> S=x^2 +2*y +1/z

S =

2*y + x^2 + 1/z

>> pretty(S)
      2    1
2 y + x  + -
           z
```



# Matemática Simbólica – Eqs. Algébricas

→ `h=solve(eq)` **ou** `h=solve(eq,var)`

**Note** que quando não declaramos um valor de igualdade o MATLAB atribui zero a esse valor.

`solve('eq')` => `solve('eq' == 0)`

```
>> syms x
>> h = solve(x^2 + 2*x + 1)

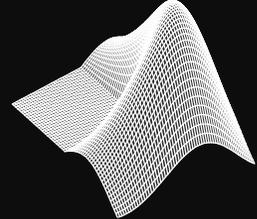
h =

-1
-1
```

```
>> syms x
>> h = solve(x^2 + 2*x + 1 == 0)

h =

-1
-1
```



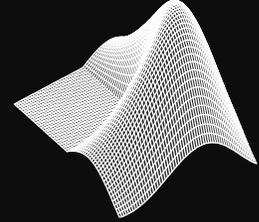
# Matemática Simbólica – Eqs. Algébricas

**Note** que devemos atribuir a igualdade com (==)

```
>> syms x
>> h = solve(x^2 + 2*x + 1==2)

h =

- 2^(1/2) - 1
 2^(1/2) - 1
```



# Matemática Simbólica – Eqs. Algébricas

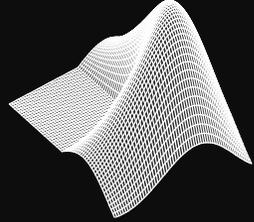
**Note** que a 'eq.' também pode ser expressa como uma variável simbólica

```
>> syms x
>> eq=x^2+2*x+1==2;

>> raizes=solve(eq)

raizes =

- 2^(1/2) - 1
 2^(1/2) - 1
```

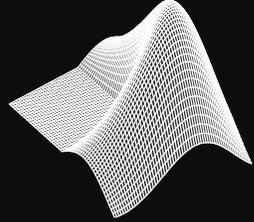


# Matemática Simbólica – Sistema de Eqs.

→ (saída)=solve(eq1,eq2,...,eqn) **ou**

→ (saída)=solve(eq1,eq2,...,eqn,var1,var2,...,varn)

Se o número **n** de equações é igual ao número de variáveis nas equações, o MATLAB apresenta uma solução numérica para todas as variáveis

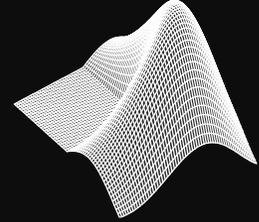


# Matemática Simbólica – Sistema de Eqs.

→ (saída)=solve(eq1,eq2,...,eqn) **ou**

→ (saída)=solve(eq1,eq2,...,eqn,var1,var2,...,varn)

Se o número de variáveis for **maior** que a de equações, o MATLAB apresenta uma solução para **n** variáveis em termos do restante das variáveis

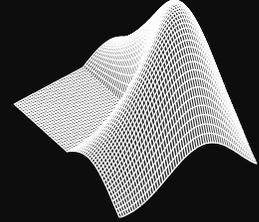


# Matemática Simbólica – Sistema de Eqs.

→ (saída)=solve(eq1,eq2,...,eqn) **ou**

→ (saída)=solve(eq1,eq2,...,eqn,var1,var2,...,varn)

Quando o número de variáveis supera o número de equações  
você pode escolher para que variáveis o sistema será resolvido  
(usa-se a segunda sintaxe)

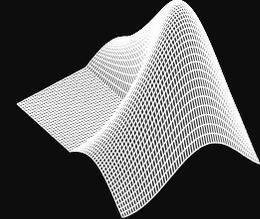


# Matemática Simbólica – Sistema de Eqs.

→ `[x1, x2, x3]=solve(eq1,eq2,eq3)`

Representação das saídas está esquematizada acima.

Note que  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$  podem ter mais de um valor, sendo assim vetores colunas.



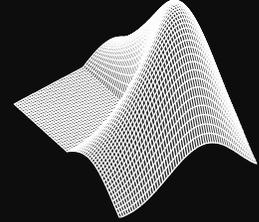
# Matemática Simbólica – Sistema de Eqs.

→ Exemplo

A seguir demonstraremos como resolver o seguinte sistema de equações

$$(I) 10x + 12y + 6t = 0$$

$$(II) 5x - y = 13t$$



# Matemática Simbólica – Sistema de Eqs.

## → Exemplo

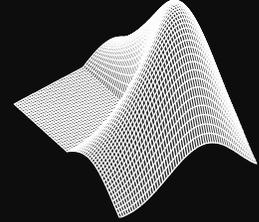
```
>> syms x y t  
>> S=10*x+12*y+16*t;  
>> [x1 y1]=solve(S, '5*x-y=13*t')
```

x1 =

2\*t

y1 =

-3\*t



# Matemática Simbólica – Sistema de Eqs.

## → Exemplo

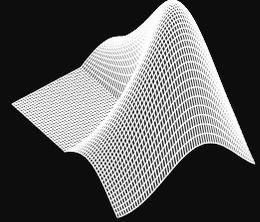
```
>> syms x y t  
>> S=10*x+12*y+16*t;  
>> T=5*x-y-13*t;  
>> [x1 y1]=solve(S,T)
```

```
x1 =
```

```
2*t
```

```
y1 =
```

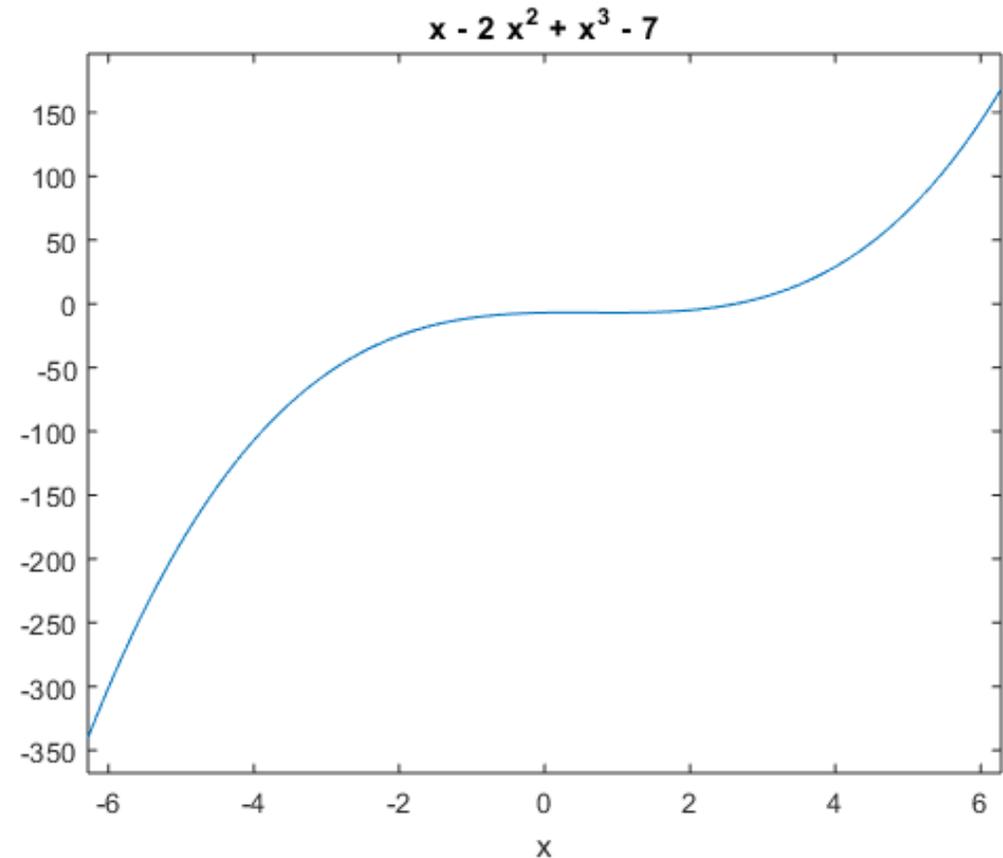
```
-3*t
```

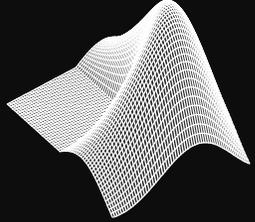


# Plotando Funções Simbólicas

→ `ezplot(S)`

```
>> syms x  
>> S=x^3 -2*x^2 +x-7;  
>> ezplot(S)
```

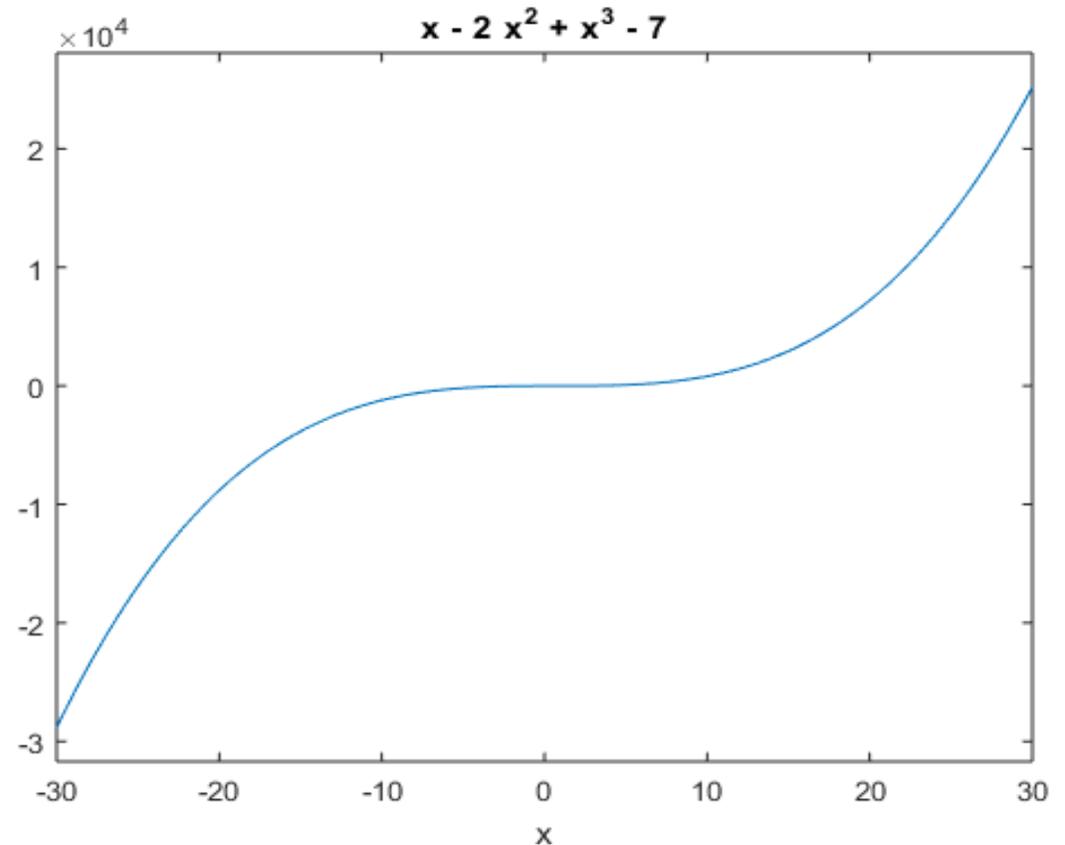


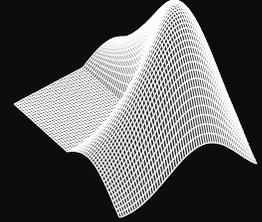


# Plotando Funções Simbólicas

→ `ezplot(S, [xmin, xmax])`

```
>> syms x  
>> S=x^3 -2*x^2 +x-7;  
>> ezplot(S, [-30,30])
```

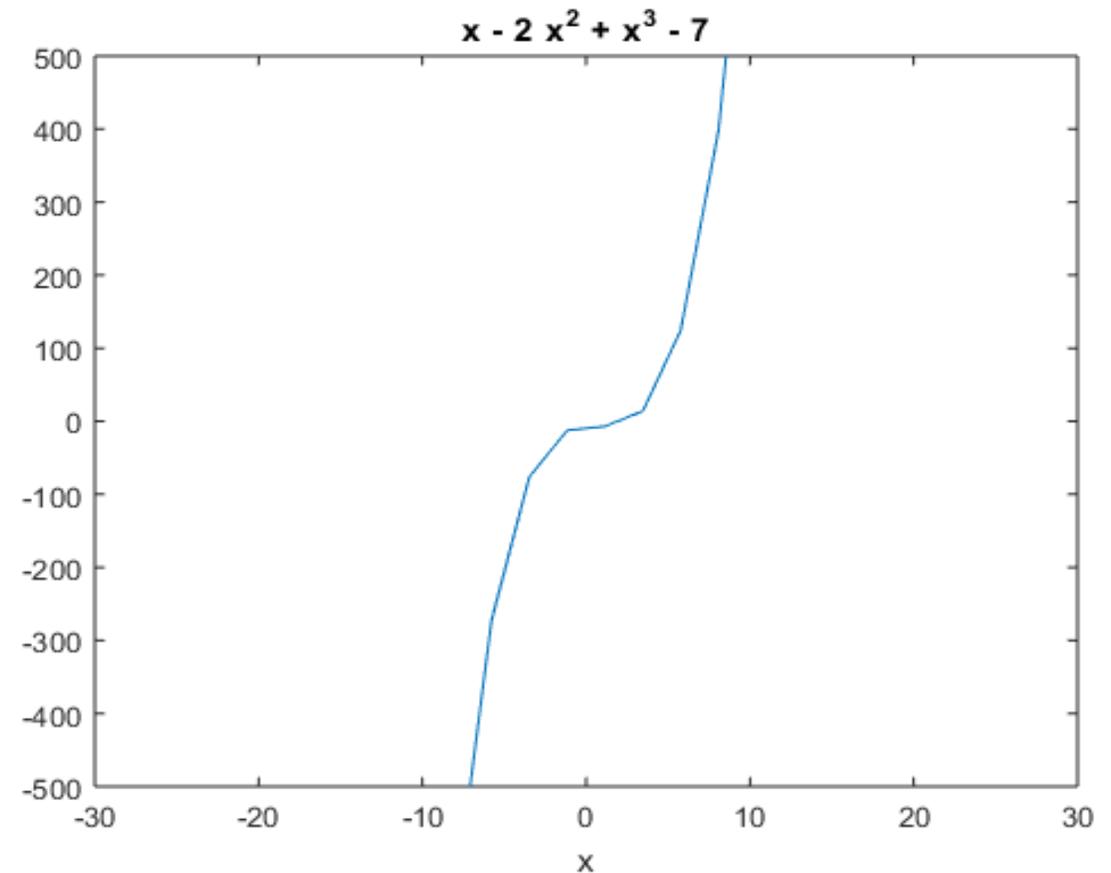


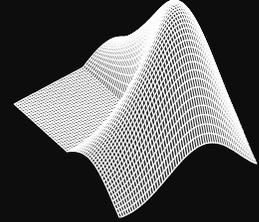


# Plotando Funções Simbólicas

→ `ezplot(S, [xmin, xmax, ymin, ymax])`

```
>> syms x  
>> S=x^3 -2*x^2 +x-7;  
>> ezplot(S, [-30, 30, -500, 500])
```





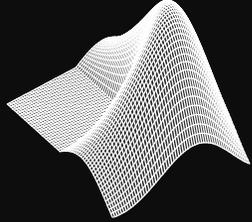
# Avaliando Funções Simbólicas

→ `res=subs(S,var,número)`

```
>> syms x  
>> S=x^2;  
>> res=subs(S,x,4)
```

```
res =
```

```
16
```



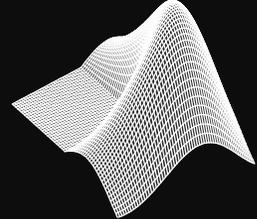
# Avaliando Funções Simbólicas

→ `res=subs(S,{var1,var2,...,varn},{n1,n2,...,nn})`

```
>> syms x y z t
>> S=x^2+3*t+log(y)+exp(z);
>> res=subs(S,{x,t,y,z},{1,2,5,3})

res =

exp(3) + log(5) + 7
```

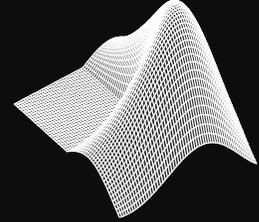


# Diferenciação – Diferenciação simbólica

→ `d=diff(S)`

Usado para diferenciar simbolicamente.

```
>> syms x  
  
>> S = 3*x + 4*x^3;  
  
>> d=diff(S)  
  
d =  
  
12*x^2 + 3
```



# Diferenciação – Diferenciação simbólica

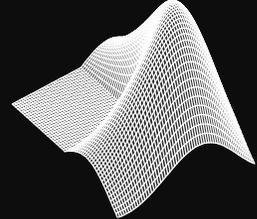
## → Exemplo

Também é possível fazer a derivação sem declarar vetores

```
>> syms x
>> d=diff(2*x +x^2)

d =

2*x + 2
```



# Diferenciação – Diferenciação simbólica

→ `d=diff(S,var)`

Usado para diferenciar parcialmente em que *var* trata-se da variável que se deseja diferenciar.

```
>> syms x y
>> d=diff(x^2 +2*x +y,y)

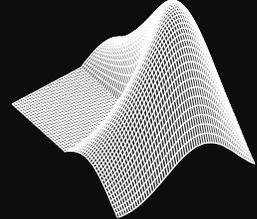
d =

1

>> d=diff(x^2 +2*x +y,x)

d =

2*x + 2
```



# Diferenciação – Diferenciação simbólica

→ `d=diff(S,var)`

Usado para diferenciar parcialmente em que *var* trata-se da variável que se deseja diferenciar.

```
>> syms x y
>> d=diff(diff(x^2 +2*x +y,y),x)

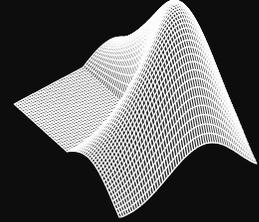
d =

0

>> d=diff(diff(x^2 +2*x +y,x),y)

d =

0
```

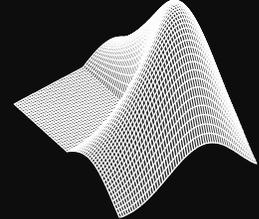


# Integração – Integração simbólica

→ `i=int(S)`

Usado para integrar simbolicamente

```
>> syms x  
  
>> S=x^2 +1;  
  
>> i=int(S)  
  
i =  
  
(x*(x^2 + 3))/3
```



# Integração – Integração simbólica

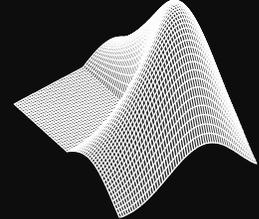
→ `i=int(S, var)`

Usado para integrar simbolicamente. Var trata-se da variável em que está integrando

```
>> syms x z
>> resi=int(S, z)

i =

z*(x^2 + 1)
```



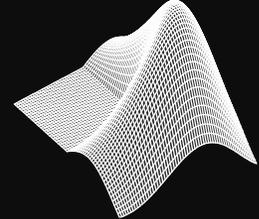
# Integração – Integração simbólica

→ `i=int(S, a, b)` ou `resi=int(S, var, a, b)`

```
>> syms x  
>> S=x^2;  
>> i=int(S,0,2)
```

```
i =
```

```
8/3
```



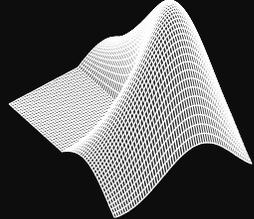
# Integração – Integração simbólica dupla

→  $i = \text{int}(\text{int}(S, \text{var1}, a, b), \text{var2}, a1, b1)$

```
>> syms x y  
>> S=x^2+y;  
>> i=int(int(S,x,0,2),y,0,3)
```

```
i =
```

```
17
```



# Integração – Integração simbólica tripla

→  $i = \text{int}(\text{int}(\text{int}(S, \text{var1}, a, b), \text{var2}, a1, b2), \text{var3}, a3, b3)$

```
>> syms x y z
>> S=x^2+y+z;
>> i=int(int(int(S,x,0,2),y,0,3),z,0,1)
```

```
i =
```

```
20
```