

Resumo - Mecânica III - Cinemática de corpos rígidos

Corpo rígido: Sistema de partículas onde as distâncias entre elas permanecem inalteradas. Continuará com o mesmo formato e as mesmas dimensões.

MOVIMENTO DE UM CORPO RÍGIDO

Translação: Cada linha do corpo permanece paralela à sua posição original em todos os instantes de tempo. Existem dois tipos: a retilínea e a curvilínea.

- Retilínea: Trajetória reta.
- Curvilínea: Trajetória curva.

Rotação: Movimento angular em torno de um eixo fixo, onde todos os pontos do corpo rígido se deslocam em uma trajetória circular em torno desse eixo.

Movimento plano geral: Translação + Rotação.

Tipo de Movimento Plano de Corpo Rígido		Exemplo
(a) Translação retilínea		 Trem de teste de foguete
(b) Translação curvilínea		 Placa oscilando com hastes paralelas
(c) Rotação em torno de um eixo fixo		 Pêndulo composto
(d) Movimento plano geral		 Biela de um motor alternativo

ROTAÇÃO

Velocidade angular: $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

Aceleração angular: $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

$$\alpha d\theta = \omega d\omega$$

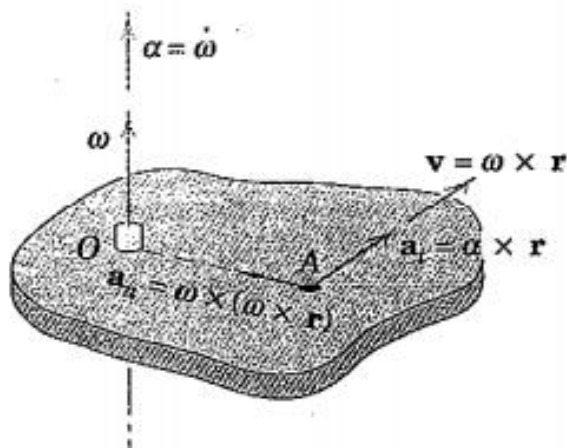
ROTAÇÃO EM TORNO DE UM EIXO FIXO

Relações entre a rotação e o movimento linear de um ponto qualquer do corpo:

- $v = \omega r$
 - v : Velocidade tangencial do ponto;
 - ω : Velocidade angular do corpo;
 - r : Distância do eixo até o ponto;
- $a_n = r\omega^2 = \frac{v^2}{r} = v\omega$
 - a_n : Aceleração normal;
 - v : Velocidade tangencial do ponto;
 - ω : Velocidade angular do corpo;
 - r : Distância do eixo até o ponto;
- $a_t = \alpha r$
 - a_t : Aceleração tangencial;
 - α : Aceleração angular;
 - r : Distância do eixo até o ponto;

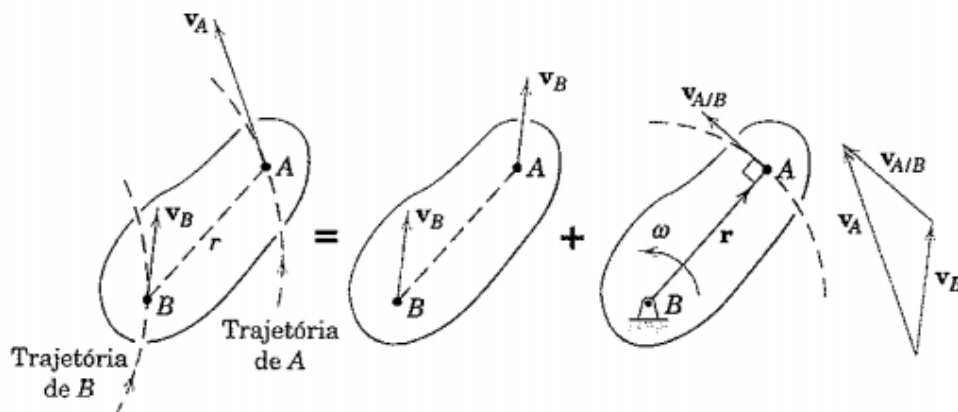
Em notação vetorial:

- $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
- $\vec{a}_n = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \longrightarrow \vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$
- $\vec{a}_t = \vec{\alpha} \times \vec{r}$



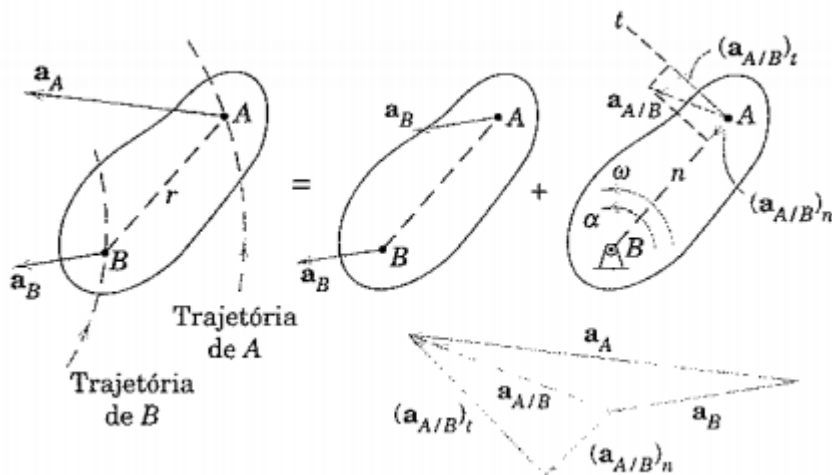
VELOCIDADE RELATIVA

- $\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{v}_{A/B}$
 - \vec{v}_A : Velocidade do ponto A;
 - \vec{v}_B : Velocidade de ponto B;
 - $\vec{v}_{A/B}$: Velocidade do ponto A em relação ao ponto B;
- $\vec{v}_{A/B} = \vec{\omega} \times \vec{r}_{A/B}$
 - $\vec{\omega}$: Velocidade angular do corpo rígido;
 - $\vec{r}_{A/B}$: Distância do ponto A até o ponto B;



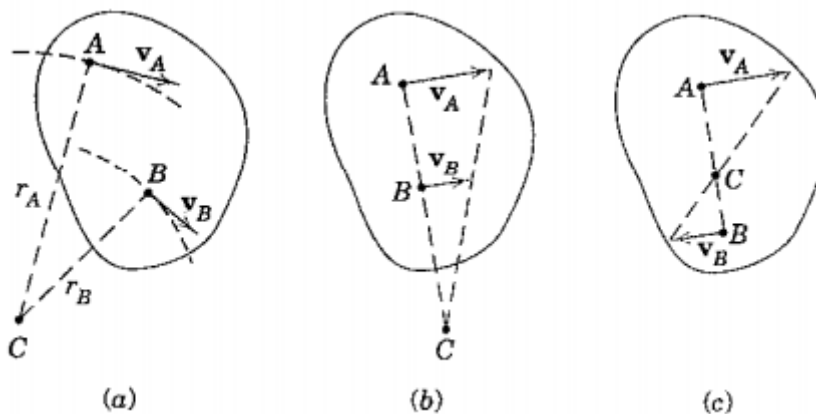
ACELERAÇÃO RELATIVA

- $\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}_{A/B} = \vec{a}_A + (\vec{a}_{A/B})_n + (\vec{a}_{A/B})_t$
 - \vec{a}_A : Aceleração do ponto A;
 - \vec{a}_B : Aceleração do ponto B;
 - $\vec{a}_{A/B}$: Aceleração do ponto A em relação ao ponto B;
- $(\vec{a}_{A/B})_n = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_{A/B})$
 - $(\vec{a}_{A/B})_n$: Aceleração normal relativa;
 - $\vec{\omega}$: Velocidade angular do corpo rígido;
 - $\vec{r}_{A/B}$: Distância do ponto A até o ponto B;
- $(\vec{a}_{A/B})_t = \vec{\alpha} \times \vec{r}_{A/B}$
 - $(\vec{a}_{A/B})_t$: Aceleração tangencial relativa;
 - $\vec{\alpha}$: Aceleração angular;



CENTRO INSTÂNTANEO DE ROTAÇÃO (CIR)

A localização do CIR é de fácil obtenção. Veja a figura a seguir:



Sabendo-se a direção da velocidade em dois pontos sobre o corpo, basta traçar linhas perpendiculares a essas direções e o ponto de encontro dessas linhas será o CIR.

MOVIMENTO EM RELAÇÃO A EIXOS QUE GIRAM

- $\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{\omega} \times \vec{r}_{A/B} + \vec{v}_{rel}$ → $v_{A/B}$: Velocidade de A em relação a B;
 - \vec{v}_A : Velocidade do ponto A;
 - \vec{v}_B : Velocidade do ponto B;
 - $\vec{r}_{A/B}$: Distância do ponto A até o ponto B;
 - $\vec{\omega}$: Velocidade angular;

- $\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{\alpha} \times \vec{r}_{A/B} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_{A/B}) + \underbrace{2\vec{\omega} \times \vec{v}_{rel}}_{\text{Aceleração de Coriolis}} + \vec{a}_{rel}$
 - \vec{a}_A : Aceleração do ponto A;
 - \vec{a}_B : Aceleração do ponto B;
 - $\vec{\alpha}$: Aceleração angular;
 - $\vec{r}_{A/B}$: Distância do ponto A até o ponto B;
 - $\vec{\omega}$: Velocidade angular;
 - \vec{v}_{rel} : Velocidade do ponto A em relação ao ponto B;
 - \vec{a}_{rel} : Aceleração do ponto A em relação ao ponto B;

